****

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

**институт математики и компьютерных технологий**

**Департамент информационных и компьютерных систем**

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе

по дисциплине «теория принятия решений»

на тему:

«**Решение задачи линейного программирования симплекс-методом**»

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнил студент гр. Б9121-09.03.03пиэ 1 | |
|  | Туровец В. Ю. |
|  | |
| Проверил должность преподавателя | |
|  | Фадюшин С. Г. |
|  | |
| **зачтено/не зачтено** | |

г. Владивосток

2023 г.

**Задание**

С помощью надстройки Поиск решения в MS Excel выполнить линейную оптимизацию планирования производства материалов для следующей задачи.

Фирма выпускает два типа строительных материалов: А и В. Продукция обоих видов поступает в продажу. Для производства ма­териалов используются два исходных продукта: I и II. Макси­мально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 15 и 18 тонн соответственно. Расходы продуктов I и II на 1 тонну соответствующих материалов приведены в таблице.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Исходный материал** | **Расход исходных материалов**  **на 1 т соответствующей продукции, т** | | **Запас исходных материалов на складе, т** |
| **Продукция А** | **Продукция В** |
| I | 5 | 2 | 15 |
| II | 2 | 5 | 18 |

Таблица 1 – Расходы продуктов на 1 тонну материалов

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на материал В никогда не превышает спроса на материал А более чем на 3 т. Кроме того, спрос на материал А никогда не превышает 5 т в сутки. Оптовые цены одной тонны материалов равны: 4000 у. е. для В и 3000 у. е. для А.

Какое количество материала каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации был максимальным?

**Решение**

Дана следующая математическая модель:

Заданная математическая модель задачи линейного программирования в канонической форме будет иметь следующий вид:

в векторной форме ограничения могут быть записаны в виде

x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 =

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 |
| 2 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 |
| -1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 5 |

Приведем систему к единичной матрице методом жордановских преобразований.  
В качестве базовой переменной можно выбрать x5, x6, x3, x4.  
Поскольку в системе имеется единичная матрица, то в качестве базисных переменных принимаем X = (3,4,5,6).  
Выразим базисные переменные через остальные:  
x3 = -5x1-2x2+15  
x4 = -2x1-5x2+18  
x5 = -x1+x2-x7+3  
x6 = -x1-x8+5  
Подставим их в целевую функцию:  
F(X) = -3000x1-4000x2  
5x1+2x2+x3=15  
2x1+5x2+x4=18  
x1-x2+x5+x7=3  
x1+x6+x8=5

Решим систему уравнений относительно базисных переменных: x3, x4, x5, x6  
Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:  
X0 = (0,0,15,18,3,5,0,0)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 |
| x3 | 15 | 5 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x4 | 18 | 2 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x5 | 3 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| x6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| F(X0) | 0 | 3000 | 4000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.  
**Итерация №0**.  
  
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.   
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x2, так как это наибольший коэффициент.   
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai2  
и из них выберем наименьшее:  
min (15 : 2 , 18 : 5 , - , - ) = 18/5  
Следовательно, 2-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | min |
| x3 | 15 | 5 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 15/2 |
| x4 | 18 | 2 | 5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18/5 |
| x5 | 3 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | - |
| x6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | - |
| F(X1) | 0 | -3000 | -4000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x4 в план 1 войдет переменная x2.

Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 |
| x3 | 39/5 | 21/5 | 0 | 1 | -2/5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x2 | 18/5 | 2/5 | 1 | 0 | 1/5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x5 | 33/5 | 7/5 | 0 | 0 | 1/5 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| x6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| F(X1) | 14400 | -1400 | 0 | 0 | 800 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Итерация №1**.

Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.   
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x1, так как это наибольший коэффициент.   
Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai1  
и из них выберем наименьшее:  
min (39/5 : 21/5 , 18/5 : 2/5 , 33/5 : 7/5 , 5 : 1 ) = 13/7  
Следовательно, 1-ая строка является ведущей.  
Разрешающий элемент равен (21/5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | min |
| x3 | 39/5 | 21/5 | 0 | 1 | -2/5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13/7 |
| x2 | 18/5 | 2/5 | 1 | 0 | 1/5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9 |
| x5 | 33/5 | 7/5 | 0 | 0 | 1/5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 33/7 |
| x6 | 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 5 |
| F(X2) | 14400 | -1400 | 0 | 0 | 800 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x3 в план 2 войдет переменная x1.  
  
Получаем новую симплекс-таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 |
| x1 | 13/7 | 1 | 0 | 5/21 | -2/21 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x2 | 20/7 | 0 | 1 | -2/21 | 5/21 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x5 | 4 | 0 | 0 | -1/3 | 1/3 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| x6 | 22/7 | 0 | 0 | -5/21 | 2/21 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| F(X2) | 17000 | 0 | 0 | 1000/3 | 2000/3 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Среди значений индексной строки нет положительных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.  
Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | B | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 |
| x1 | 13/7 | 1 | 0 | 5/21 | -2/21 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x2 | 20/7 | 0 | 1 | -2/21 | 5/21 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| x5 | 4 | 0 | 0 | -1/3 | 1/3 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| x6 | 22/7 | 0 | 0 | -5/21 | 2/21 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| F(X3) | 17000 | 0 | 0 | 1000/3 | 2000/3 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Оптимальный план можно записать так:  
x1 = 13/7, x2 = 20/7, x3 = 0, x4 = 0, x5 = 4, x6 = 22/7  
F(X) = 3000\*13/7 4000\*20/7 = 17000

**Вывод**

С помощью симплекс-метода выполнена линейная оптимизация планирования производства материалов. В результате анализа данных сделан следующий вывод: максимальное значение прибыли составляет 17000у. е. и при заданных ограничениях фирма должна выпускать в сутки материала А – 1,85 т, материала В – 2,85 т.

При сравнении результатов, полученных при помощи надстройки MS Excel и при симплекс-методе конечные результаты не отличаются вовсе и полностью идентичны.